



I Rappels de 1ère : Les suites arithmétiques

1 Relation de récurrence

Définition 1.1

- Une suite (u_n) est une suite arithmétique s'il existe un réel r tel que pour tout entier naturel n , on a :
- $u_{n+1} = u_n + r$ où r est la **raison** de la suite arithmétique.
- Chaque terme d'une suite arithmétique se déduit donc du précédent en lui rajoutant la raison r .

2 Expression du terme général en fonction de n

Définition 1.2

- Soit (u_n) une suite arithmétique. L'expression de u_n en fonction de n est :
- $u_n = u_0 + n \times r$: lorsque le premier terme vaut u_0 .
- $u_n = u_1 + (n - 1) \times r$: lorsque le premier terme vaut u_1 .
- $u_n = u_p + (n - p) \times r$: formule avec un premier terme u_p quelconque.

3 Somme de termes d'une suite arithmétique

Définition 1.3

- Soit n un entier naturel.
- La somme des termes d'une suite arithmétique est donnée par la formule suivante :
- $u_0 + u_1 + \dots + u_n = (\text{nombre de termes}) \times \left(\frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2} \right)$



Rappels de 1ère : Les suites géométriques

1 Relation de récurrence

Définition 1.4

- Une suite (u_n) est une suite géométrique s'il existe un réel q tel que pour tout entier naturel n , on a :
- $u_{n+1} = u_n \times q$ où q est la **raison** de la suite géométrique.
- Chaque terme d'une suite géométrique se déduit donc du précédent en le multipliant par la raison q .

2 Expression du terme général en fonction de n

Définition 1.5

Soit (u_n) une suite géométrique. L'expression de u_n en fonction de n est :

- $u_n = u_0 \times q^n$: lorsque le premier terme vaut u_0
- $u_n = u_1 \times q^{n-1}$: lorsque le premier terme vaut u_1
- $u_n = u_p \times q^{n-p}$: formule avec un premier terme u_p quelconque.

3 Somme de termes d'une suite géométrique

Définition 1.6

Soit n un entier naturel.

- La somme des termes d'une suite géométrique est donnée par la formule suivante :
- $u_0 + u_1 + \dots + u_n = (\text{premier terme}) \times \left(\frac{1 - q^{\text{nombre de termes}}}{1 - q} \right)$



Suites arithmético-géométriques

Définition 1.7

- Soit n un entier naturel.
- Soient a et b deux réels.
- (u_n) est une suite arithmético-géométrique si elle est définie par un premier terme
- et la relation de récurrence $u_{n+1} = au_n + b$.

Exemple

1



Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 10$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

Démontrer que la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3$ est géométrique.

Corrigé :

On a :

$$v_n = u_n - 3$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 3 \text{ or } u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \text{ d'où :}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 \text{ ainsi } v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 1$$

Nous savons que $v_n = u_n - 3$ ce qui nous permet d'écrire que $v_n + 3 = u_n$

Il vient alors que :

$$v_{n+1} = \frac{1}{3}(v_n + 3) - 1 \text{ et donc } v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n + \frac{1}{3} \times 3 - 1$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n + 1 - 1 = \frac{1}{3}v_n$$

La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 3 = 7$.

Exercice

1



Soit n est un entier naturel non nul.

$$\text{Soient } \begin{cases} u_0 = 680 \\ u_{n+1} = 0,9u_n + 42 \end{cases} \text{ et } v_n = u_n - 420$$

Solution vidéo ↓



- 1 Montrer que (v_n) est une suite géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.
- 2 Exprimer v_n en fonction de n .
- 3 Exprimer u_n en fonction de n .