Fonction exponentielle

Exercice 1 — Les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.

Solution vidéo ↓

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A = \mathrm{e}^2 \times \mathrm{e}^6$.
2. $B = \dfrac{\mathrm{e}^4}{\mathrm{e}^{-2}}$.
3. $C = \left(\mathrm{e}^3\right)^2$.
4. Soit x un réel, simplifier : $D = \mathrm{e}^{2x+4} \times \mathrm{e}^{3x-9}$
5. Soit x un réel, simplifier : $E = \dfrac{\left(\mathrm{e}^{2x+1}\right)^2 \times \mathrm{e}^{5x+3}}{\mathrm{e}^{x-6}}$

Exercice 2 — Résoudre des équations avec les exponentielles .

Solution vidéo ↓

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1. $\mathrm{e}^{3x-4} = \mathrm{e}^{7x+2}$.
2. $\mathrm{e}^{3x-4} \times \mathrm{e}^{5x-2} = \mathrm{e}^{9x+2}$.
3. $\mathrm{e}^{x^2} = \mathrm{e}^9$.
4. $\mathrm{e}^{3x-4} = 1$.
5. $\mathrm{e}^{6x-9} = -\mathrm{e}^{2x+8}$

Exercice 3 — Résoudre des équations avec les exponentielles .

Solution vidéo ↓

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1. $\mathrm{e}^{2x+1} = \mathrm{e}^{5x-7}$.
2. $\mathrm{e}^{2x+1} = 1$.
3. $\mathrm{e}^{3x-6} \times \mathrm{e}^{x-5} = \dfrac{\mathrm{e}^{9x-2}}{\mathrm{e}^{3x-3}}$.
4. $\mathrm{e}^{4x^2} = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{-9}}$.

Exercice 4 — Tout savoir sur les dérivées avec la fonction exponentielle.

Solution vidéo ↓

1. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3\mathrm{e}^{x}+7x-5$.
2. Calculer la dérivée de la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par : $p(x)=x\mathrm{e}^{x}$.
3. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\mathrm{e}^{5x+2}$.
4. Calculer la dérivée de la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par : $p(x)=2\mathrm{e}^{-x}+8x-3$.
5. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\mathrm{e}^{5x+2}$.
6. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(3x+4)\mathrm{e}^{-2x+1}$.
7. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{2x+1}$.

Exercice 5 — Tout savoir sur les variations avec la fonction exponentielle .

Solution vidéo ↓

1. Etudier les variations de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-3\mathrm{e}^{x}-7x^{5}+4$
2. Etudier les variations de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(4x-5)\mathrm{e}^{-2x+6}$.
3. Etudier les variations de la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3\mathrm{e}^{-x}+6x-7$.

Exercice 6 — Tout savoir sur les limites avec la fonction exponentielle .

Solution vidéo ↓

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x}+3x+4$.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} -2\mathrm{e}^{x}+5x^{2}+3$.
3. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} 2\mathrm{e}^{x}-5x^{2}-3x-2$.
4. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x-4x^{2})\,\mathrm{e}^{x}$.
5. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{\frac{1}{x-2}}$.

Exercice 7 — Un exercice type bac sous forme de Vrai-Faux

Solution vidéo ↓

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse.

1 Affirmation 1 : Pour tout réel x : $1 - \dfrac{1-\mathrm{e}^{x}}{1+\mathrm{e}^{x}} = \dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{-x}}$.

2 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}+1}$.

Affirmation 2 : L'équation $g(x) = \dfrac{1}{2}$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.

3 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2\mathrm{e}^{-x}$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.
Affirmation 3 : L'axe des abscisses est tangent à la courbe $\mathscr{C}$ en un seul point.

4 On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \mathrm{e}^{x}\left(1-x^2\right)$.
Affirmation 4 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction h n'admet pas de point d'inflexion.

5 Affirmation 5 : $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^{x}}{\mathrm{e}^{x}+x} = 0$.

6 Affirmation 6 : Pour tout réel x, $1+\mathrm{e}^{2x} \geqslant 2\mathrm{e}^{x}$.