Information chiffrée



Jai20enMaths

Proportion et pourcentage

1 Proportion





600 élèves de seconde sont inscrits dans un lycée dont 120 font de l'allemand. Les 500 élèves sont considérés comme la population totale. Les 120 élèves de seconde qui font de l'allemand sont considérés comme la sous-population.

Définition 1.1 On étudie un ensemble de N individus (la population). À l'intérieur, on s'intéresse à un groupe particulier de n individus (la sous-population). La proportion de cette sous-population dans la population, notée p, est :

$$p = \frac{n}{N}$$

Exemple 2



600 élèves de seconde sont inscrits dans un lycée dont 120 font de l'allemand. Quelle est la proportion d'élèves de seconde faisant de l'allemand? Corrigé :

La proportion d'élèves de seconde faisant de l'allemand est alors : $p = \frac{120}{600} = 0, 2$. Il y a donc 20% des élèves de seconde qui font de l'allemand.

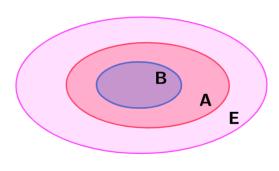


Pourcentage de pourcentage

Définition 1.2 On considère une population E, une sous-population A de Eet une sous-population B de A.

On note p_A la proportion d'individus de la population A dans E et p_B la proportion d'individus de la population B dans A.

La proportion p d'individus de B dans E, est égale à : $p = p_A \times p_B$



Exemple



Dans un lycée, 40% des élèves sont en seconde et 60% d'entre eux vont garder le spécilalité mathématiques au lycée.

Corrigé:

La proportion d'élèves du lycée gardant la spécialité mathématiques en première est donc $\frac{40}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{24}{100} = 0,24$. Finalement, 24% des élèves du lycée seront en spécialité mathématiques en première.









Taux d'évolution

Définition 1.3

Soit V_0 la valeur initiale d'une grandeur et V_1 sa valeur finale suite à une

Le taux d'évolution de cette grandeur est égal à $\frac{V_1 - V_0}{V_0}$

En pourcentage, le taux d'évolution se note t% avec $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100$.

Si t > 0, il s'agit d'une augmentation.

Si t < 0, il s'agit d'une diminution.

Exemple



Entre 2025 et 2026, le prix de la montre a augmenté de 210 € à 252 €. Quel est le taux d'évolution du prix de la montre.

Corrigé:

La valeur initiale V_0 vaut ici 210.

La valeur finale V_1 vaut ici 252.

Il vient alors que:

the fibre alors que: $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100 \text{ équivant successivement à :}$ $t = \frac{252 - 210}{210} \times 100$ t = 20%

$$t = \frac{252 - 210}{210} \times 100$$

Le prix de la montre à augmenter de 20% entre l'année 2025 et 2026.

Exercice

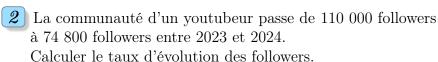


Comment calculer un taux d'évolution

Solution vidéo ↓

1 En 2023 une carte de collection est affichée à 120 euros et de par sa rareté elle est affichée à 150 euros en 2024.

Calculer le taux d'évolution du prix de cette carte de collection.









Les coefficients multiplicateurs



Lien entre une augmentation et diminution et coefficient multiplicateur

Définition 1.4

Augmenter une grandeur de t% revient à multiplier sa valeur initiale par le coefficient multiplicateur $1+\frac{t}{100}$.

Diminuer une grandeur de t% revient à multiplier sa valeur initiale par le coefficient multiplicateur $1 - \frac{t}{100}$.





- 1. On augmente une valeur de 7%. Quel est le coefficient multiplicateur associé à cette augmentation?
- 2. On diminue une valeur de 12%. Quel est le coefficient multiplicateur associé à cette diminution?

Corrigé:

 $1 + \frac{7}{100} = 1,07$ Ainsi, augmenter une Le coefficient multiplicateur est donc égale à valeur de 7% revient à la multiplier par 1,07. 2.

 $1 - \frac{12}{100} = 0,88$ Ainsi, diminiuer une Le coefficient multiplicateur est donc égale à valeur de 12% revient à la multiplier par 0.88.

Remarques: Le coefficient multiplicateur d'une augmentation est strictement supérieur à 1.

Le coefficient multiplicateur d'une diminution est strictement inférieur à 1.

Exercice



Donner le pourcentage d'augmentation ou de diminution correspondant aux coefficients multiplicateurs suivants:



Exercice



Solution vidéo ↓



- 1 Par quel nombre est multiplié une quantité qui augmente de 23%.
- 2 Par quel nombre est multiplié une quantité qui diminue de 15%.
- $oldsymbol{3}$ Par quel nombre est multiplié une quantité qui augmente de 200%
- 4 Par quel nombre est multiplié une quantité qui diminue de 56%.



2 Applications des pourcentages déterminer une valeur initiale / une valeur fi<mark>nale</mark>

Définition 1.5

Valeur finale = Valeur initiale × coefficient multiplicateur Valeur finale

Valeur initiale = $\frac{\text{valeur initiale}}{\text{coefficient multiplicateur}}$





Un article est affiché à 150 euros. Le vendeur vous conçoit un remise de 30%. Combien allez vous payer?

Corrigé:

D'après l'énoncé, on déduit que :

La valeur initiale vaut 150

Le coefficient multiplicateur vaut $1 - \frac{30}{100} = 0,7$

Il en résulte donc que :

Valeur finale = $150 \times 0, 7$

Valeur finale = 105

L'article nous coûtera maintenant 105 euros.

Exercice 4



Comment calculer un Prix HT - Prix TTC - TVA

- 1 Le prix hors taxe (HT) d'un ordinateur est de 340 euros. Le taux de TVA qui s'applique est de 19,6%. Déterminer le prix toutes taxes (TTC) comprises de l'ordinateur.
- 2 Un produit coûte 242,65 euros TTC. Le magasin est assujetti à une TVA de 5,5%. Quel est le prix HT?



Solution vidéo ↓

3 Evolutions successives

Définition 1.6

Si une grandeur subit des évolutions successives (augmentation ou diminution), le coefficient multiplicateur global (correspondant au taux global d'évolution) est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.



Définition 1.7

Nous allons donner une définition avec 3 évolutions.

Soient t_1 ; t_2 et t_3 trois évolutions. L'évolution t global en % qui équivaut aux évolutions successives t_1 ; t_2 et t_3 est donné par :

$$t = ((1 + t_1)(1 + t_2)(1 + t_3) - 1) \times 100$$





Un prix augmente une première fois de 20% suivi d'une augmentation de 40%. Quel est le taux global d'évolution?

Corrigé:

Le coefficient multiplicateur associée à une augmentation de 20% est : $1 + \frac{20}{100} = 1,20$. On note $C_{M_1} = 1,20$.

Le coefficient multiplicateur associée à une augmentation de 40% est : $1 + \frac{40}{100} = 1,40$. On note $C_{M_2} = 1,40$.

Il en résulte donc que le coefficient multiplicateur global C_{M_G} est égale à :

$$C_{M_G} = C_{M_1} \times C_{M_2}$$

$$C_{M_G} = 1, 2 \times 1, 40$$

$$C_{M_G} = 1,68$$

Ici, le coefficient multiplicateur global vaut $C_{M_G} = 1,68$.

Ainsi:

taux d'évolution global = $(1, 68 - 1) \times 100$

taux d'évolution global = 68%

Le taux d'évolution global est de 68% c'est à dire qu'une augmentation de 20% et une deuxième de 40% correspondent à une augmentation globale de 68%.

4 Evolution réciproque

Définition 1.8

Soient V_0 la valeur initiale d'une grandeur, V_1 la valeur de cette grandeur après une évolution relative de t%.

Le coefficient multiplicateur réciproque CM' qui permet de revenir de V_1 à V_0 est égal à l'inverse du coefficient multiplicateur CM ainsi : $CM' = \frac{1}{CM}$

Exemple 8



Un prix augmente de 15, 2%. Quel devra être le taux du pourcentage d'évolution réciproque pour que cette action retrouve son prix initial.

Corrigé:

Le coefficient multiplicateur associée à une augmentation de 25% est : $CM = 1 + \frac{15,2}{100}$. Ainsi CM = 1,152.

Les coefficients multiplicateurs



Le coefficient multiplicateur réciproque est donné par : $CM'=\frac{1}{CM}$. On a donc : $CM'=\frac{1}{1.152}\approx 0,868$.

Ici, le coefficient multiplicateur réciproque vaut $CM' \approx 0,868$.

Ainsi : taux d'évolution en $\% = (0, 868 - 1) \times 100$

taux d'évolution en % = -13, 2

Si un prix augmente de 15,2% alors son taux réciproque pour revenir au prix initial est une baisse de 13,2%.





Comment calculer un taux réciproque

Solution vidéo ↓

1 Un prix augmente de 25%. Quel devra être le taux du pourcentage d'évolution réciproque pour que ce prix retrouve son prix initial.

