

Calcul littéral : développement, factorisation identités remarquables



Jai20enMaths

I Développement

1 Définition

Définition 1.1 Développer une expression, c'est passer de l'écriture d'un produit à celle d'une somme.

2 La distributivité simple

Définition 1.2 Soient les trois réels a ; b et k on a alors :

$$k(a + b) = ka + kb$$

Exemple 1

Soit x un réel. Développer les expressions suivantes :

1. $A = 3(x - 4)$.

2. $B = x(2x - 5)$.

Corrigé :

1.

$$A = 3(x - 4).$$

$$A = 3 \times x + 3 \times (-4)$$

$$A = 3x - 12$$

2.

$$B = x(2x - 5).$$

$$B = x \times 2x + x \times (-5)$$

$$B = x^2 - 5x$$

3 La double distributivité

Définition 1.3 Soient les quatre réels a ; b ; c et d on a alors :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple 2

Soit x un réel. Développer l'expression suivante : $C = (2x + 5)(3x + 7)$

Corrigé :

$$C = (2x + 5)(3x + 7)$$

$$C = 2x \times 3x + 2x \times 7 + 5 \times 3x + 5 \times 7$$

$$C = 6x^2 + 14x + 15x + 35$$

$$C = 6x^2 + 29x + 35$$

Exercice 1

Distributivité et double distributivité

Développer et réduire les expressions suivantes :

1 $A = 2(3 - 5x)$

2 $B = (2x + 3)(5 - 4x)$

3 $C = (x - 2)(3x - 5)$

Solution vidéo ↓



Exercice 2

Distributivité et double distributivité (épisode 2)

Développer et réduire les expressions suivantes :

1 $A = 2(x - 5)$

2 $B = -2(-3x - 8)$

3 $C = -5x(2x - 7) + (x - 9)$

4 $D = -x(-x - 2) - (9x - 9)$

5 $E = (x - 9)(-x - 8)$

6 $F = (-3x - 1)(-x - 1) - 5(-x - 9) - (-7 - x)$

7 $G = -x^2(-4x + 3) - 2x(x + 1) + (-7x - 5)$

Solution vidéo ↓



II Développement et identités remarquables

1 L'identité remarquable $(a + b)^2$

Définition 1.4

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemple 3

Soit x un réel. Développer l'expression suivante : $D = (2x + 4)^2$

Corrigé :

Ici nous avons $a = 2x$ et $b = 4$.

$D = (2x + 4)^2$ équivaut successivement à

$$D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 4 + 4^2$$

$$D = 4x^2 + 16x + 16$$

Exercice 3

Savoir développer à l'aide de l'identité remarquable $(a + b)^2$

Développer et réduire les expressions suivantes :

1 $A = (x + 3)^2$

2 $B = (4x + 5)^2$

Solution vidéo ↓



2 L'identité remarquable $(a - b)^2$

Définition 1.5

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemple 4

Soit x un réel. Développer l'expression suivante : $E = (3x - 5)^2$

Corrigé :

Ici nous avons $a = 3x$ et $b = 5$.

$E = (3x - 5)^2$ équivaut successivement à

$$E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2. \text{ Ainsi : } E = 9x^2 - 30x + 25$$

4 Exercice 4



Savoir développer à l'aide de l'identité remarquable $(a - b)^2$

Calcul littéral :
développement, factorisation,
identités remarquables

Développer et réduire les expressions suivantes :

1 $A = (x - 3)^2$

2 $B = (3x - 4)^2$

Solution vidéo ↓



3 L'identité remarquable $(a + b)(a - b)$

Définition 1.6

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple 5



Soit x un réel. Développer l'expression suivante : $F = (2x + 6)(2x - 6)$

Corrigé :

Ici nous avons $a = 2x$ et $b = 6$.

$F = (2x + 6)(2x - 6)$ équivaut successivement à

$$F = (2x)^2 - 6^2$$

$$F = 4x^2 - 36$$

Exercice 5



Bilan : Calcul littéral et développement

Développer et réduire les expressions suivantes :

1 $A = (x - 1)(2x + 3)$

2 $B = (3x - 4)^2 - (2x + 4)^2$

Solution vidéo ↓





Factorisation

1 Définition

Définition 1.7 Factoriser une expression, c'est passer de l'écriture d'une somme à celle d'un produit.

2 Factoriser une expression à l'aide d'un facteur commun

Définition 1.8 Soient les trois réels a , b et k on a alors :

$$ka + kb = k(a + b)$$

Exemple 6



Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $G = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$

Corrigé :

$$G = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$$

$$G = (3x - 5)[-2x + (x + 7)]$$

$$G = (3x - 5)[-2x + x + 7]$$

$$G = (3x - 5)(-x + 7)$$

Exercice 6



Savoir factoriser à l'aide de facteur commun

Factoriser et réduire :

1 $A = 2x^2 - 7x$

2 $B = (2x - 3)(x - 7) + (4x + 1)(2x - 3)$

3 $C = (2x + 8)^2 - (2x + 8)(7x - 1)$

Solution vidéo ↓



IV Factorisation et identités remarquables

1 Factoriser à l'aide de l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2$

Définition 1.9

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Exemple 7

Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $H = 9x^2 + 30x + 25$

Corrigé :

$$H = 9x^2 + 30x + 25$$

$$H = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

Ici nous avons $a = 3x$ et $b = 5$. Il vient alors que :

$$H = (3x + 5)^2$$

2 Factoriser à l'aide de l'identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2$

Définition 1.10

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exemple 8

Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $I = 4x^2 - 16x + 16$

Corrigé :

$$I = 4x^2 - 16x + 16$$

$$I = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 4 + 4^2$$

Ici nous avons $a = 2x$ et $b = 4$. Il vient alors que :

$$I = (2x - 4)^2$$

3 Factoriser à l'aide de l'identité remarquable $(a+b)(a-b)$ **Définition 1.11**

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Exemple 9

Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $J = 16x^2 - 81$

Corrigé :

$$J = 16x^2 - 81$$

$$J = (4x)^2 - 9^2$$

$$J = (4x + 9)(4x - 9)$$

Exercice 7

Bilan : Factoriser à l'aide des identités remarquables

Factoriser et réduire :

1 $A = x^2 - 36$

2 $B = 9x^2 - 49$

3 $C = 16 - (2x + 3)^2$

4 $D = x^2 - 6x + 9$

Solution vidéo ↓

