Calcul littéral : développement, factorisation identités remarquables



Jai20enMaths

Développement

1 Définition

- Définition 1.1 Développer une expression, c'est passer de l'écriture d'un produit à celle d'une somme.
- 2 La distributivité simple
 - **Définition 1.2** Soient les trois réels a; b et k on a alors :

$$k(a+b) = ka + kb$$

Exemple 1



Soit x un réel. Développer les expressions suivantes :

1.
$$A = 3(x - 4)$$
.

2.
$$B = x(2x - 5)$$
.

Corrigé :

$$A = 3(x - 4).$$

$$A = 3 \times x + 3 \times (-4)$$

$$A = 3x - 12$$

2.

$$B = x(2x - 5).$$

$$B = x \times 2x + x \times (-5)$$

$$B = x^2 - 5x$$



La double distributivité

Définition 1.3 Soient les quatre réels a; b; c et d on a alors :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple



Soit x un réel. Développer l'expression suivante : C = (2x + 5)(3x + 7)Corrigé:

$$C = (2x+5)(3x+7)$$

$$C = 2x \times 3x + 2x \times 7 + 5 \times 3x + 5 \times 7$$

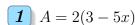
$$C = 6x^2 + 14x + 15x + 35$$

$$C = 6x^2 + 29x + 35$$

Exercice

Distributivité et double distributivité

Développer et réduire les expressions suivantes :



$$B = (2x+3)(5-4x)$$

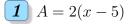
$$C = (x-2)(3x-5)$$

Exercice



Distributivité et double distributivité (épisode 2)

Développer et réduire les expressions suivantes :



$$B = -2(-3x - 8)$$

$$C = -5x(2x-7) + (x-9)$$

$$D = -x(-x-2) - (9x-9)$$

5
$$E = (x-9)(-x-8)$$

6
$$F = (-3x - 1)(-x - 1) - 5(-x - 9) - (-7 - x)$$

Solution vidéo ↓







Développement et identités remarquables



L'identité remarquable $(a+b)^2$

Définition 1.4

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$





3

Soit x un réel. Développer l'expression suivante : $D = (2x + 4)^2$ Corrigé:

Ici nous avons a = 2x et b = 4.

 $D = (2x + 4)^2$ équivaut successivement à

$$D = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 4 + 4^2$$

$$D = 4x^2 + 16x + 16$$



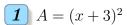


Savoir développer à l'aide de l'identité remarquable $(a + b)^2$





Développer et réduire les expressions suivantes :



$$B = (4x+5)^2$$



L'identité remarquable $(a-b)^2$

Définition 1.5

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemple



Soit x un réel. Développer l'expression suivante : $E = (3x - 5)^2$ Corrigé:

Ici nous avons a = 3x et b = 5.

$$E = (3x - 5)^2$$
 équivaut successivement à

$$E = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$
. Ainsi : $E = 9x^2 - 30x + 25$





Solution vidéo ↓

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x-3)^2$$

$$B = (3x - 4)^2$$



3 L'identité remarquable (a+b)(a-b)

Définition 1.6

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Exemple 5



Soit x un réel. Développer l'expression suivante : F = (2x+6)(2x-6) Corrigé :

Ici nous avons a = 2x et b = 6.

$$F = (2x + 6)(2x - 6)$$
 équivaut successivement à

$$F = (2x)^2 - 6^2$$

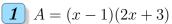
$$F = 4x^2 - 36$$





Bilan : Calcul littéral et développement

Développer et réduire les expressions suivantes :



$$B = (3x-4)^2 - (2x+4)^2$$

Solution vidéo ↓











Factorisation

- **Définition**
 - Définition 1.7 Factoriser une expression, c'est passer de l'écriture d'une somme à celle d'une produit.
- Factoriser une expression à l'aide d'un facteur commun
 - Définition 1.8 Soient les trois réels a; b et k on a alors :

$$ka + kb = k(a+b)$$

Exemple



Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : G = -2x(3x-5) + (x+7)(3x-5)Corrigé:

$$G = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$$

$$G = (3x - 5)[-2x + (x + 7)]$$

$$G = (3x - 5)[-2x + x + 7]$$

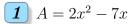
$$G = (3x - 5)(-x + 7)$$

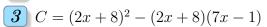
Exercice



Savoir factoriser à l'aide de facteur commun

Factoriser et réduire :





Solution vidéo ↓





Factorisation et identités remarquables

- **1** Factoriser à l'aide de l'identité remarquable $a^2+2ab+b^2$
 - Définition 1.9

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + 2ab + b^2} = (a + b)^2$$

Exemple



Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $H = 9x^2 + 30x + 25$ Corrigé :

$$H = 9x^2 + 30x + 25$$

$$H = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$$

Ici nous avons a = 3x et b = 5. Il vient alors que :

$$H = (3x + 5)^2$$

- Factoriser à l'aide de l'identité remarquable $a^2-2ab+b^2$
 - Définition 1.10

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - 2ab + b^2} = (a - b)^2$$

Exemple 8



Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $I=4x^2-16x+16$ Corrigé :

$$I = 4x^2 - 16x + 25$$

$$I = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 4 + 4^2$$

Ici nous avons a = 2x et b = 4. Il vient alors que :

$$I = (2x - 4)^2$$

CALCOL LILLERAL: OPPEMENT, FACTORISATION.

3

Factoriser à l'aide de l'identité remarquable (a+b)(a-b)

Définition 1.11

Soient les deux réels a et b on a alors :

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2} = (\frac{a}{b})(\frac{a}{b})$$

Exemple 9



Soit x un réel. Factoriser l'expression suivante : $J = 16x^2 - 81$

Corrigé:

$$J = 16x^{2} - 81$$
$$J = (4x)^{2} - 9^{2}$$

J = (4x + 9)(4x - 9)





Bilan : Factoriser à l'aide des identités remarquables

Solution vidéo \downarrow



Factoriser et réduire :

$$A = x^2 - 36$$

$$B = 9x^2 - 49$$

$$C = 16 - (2x+3)^2$$

$$\boxed{4} D = x^2 - 6x + 9$$