Pronostics Bac Maths Spécialité 2025 @Jai20enmaths

1 Les exercices type bac à avoir fait au moins une fois avant l'épreuve :)

Exercice 1 : Probabilités et loi binomiale. TRÉS PROBABLE.

1. Savoir-faire un arbre pondéré
2. Calcul de la probabilité $P(A \cap B)$
3. Probabilités totales : $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$
4. Probabilités conditionnelles :

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

5. Evènements indépendants : A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
6. Rédaction type loi Binomiale ; espérance $E(x) = np$; variance $V(x) = np(1-p)$; écart type $\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$.
7. Question type : Déterminer le nombre minimum de personnes à tester dans ce pays pour que la probabilité qu'au moins une de ces personnes ait un test positif, soit supérieure à 99%. Cela se traduit par :

$$P(X \geq 1) \geq 0,99 \Leftrightarrow 1 - P(X = 0) \geq 0,99$$

Par exemple, il va falloir résoudre une équation du type : $1 - 0,93^n \geq 0,99$. On devra faire ensuite intervenir le logarithme népérien.

Exercice 2 : Intégrales et suites. TRÉS PROBABLE COUP DE COEUR DE YOUNSS.

On définit la suite (u_n) de la façon suivante, pour tout entier naturel n, par

$$u_n = \int_0^1 f_n(x)\, \mathrm{d}x$$

1. Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.
2. Démontrer que la suite (u_n) est convergente.
3. On appelle ℓ la limite de la suite (u_n). Démontrer que $\ell = 0$.

Exercice 3 : Equations différentielles TRÉS PROBABLE COUP DE COEUR DE YOUNSS.

On considère l'équation différentielle

$$(E_0) : \quad y' = y$$

où y est une fonction dérivable de la variable réelle x.

1. Démontrer que l'unique fonction constante solution de l'équation différentielle (E_0) est la fonction nulle.
2. Déterminer toutes les solutions de l'équation différentielle (E_0).

On considère l'équation différentielle

$$(\text{E}): \quad y' = y - \cos(x) - 3\sin(x)$$

où y est une fonction dérivable de la variable réelle x.

1. La fonction h est définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2\cos(x) + \sin(x)$. On admet qu'elle est dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontrer que la fonction h est solution de l'équation différentielle (E).
2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Démontrer que : f est solution de (E) est équivalent à $f - h$ est solution de (E_0).
3. En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E).
4. Déterminer l'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 0$.

Exercice 4 : Géométrie dans l'espace.

TRÉS PROBABLE.

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, et G. On admet que les points I et K ont pour coordonnées
$$\text{I}\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right) \quad \text{et} \quad \text{K}\left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$$
2. Démontrer que la droite (BK) est orthogonale au plan (AIG).
3. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (AIG) est : $2x - y - z = 0$.
5. Donner une représentation paramétrique de la droite (BK).
6. En déduire que le projeté orthogonal L du point B sur le plan (AIG) a pour coordonnées $\text{L}\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
7. Déterminer la distance du point B au plan (AIG).
8. On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \times b \times h$, où b est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base. Justifier que dans le tétraèdre ABIG, $[GF]$ est la hauteur relative à la base AIB.

Exercice 5 : Etude d'une fonction + récurrence + suites

TRÉS PROBABLE.

Dans cette partie, on pourra utiliser avec profit certains résultats de la partie A.
On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 & = 0,5 \\ u_{n+1} & = u_n - u_n \ln u_n \text{ pour tout entier naturel } n, \end{cases}$$

Ainsi, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$.

1. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0,5;1]$.
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0,5 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
3. Montrer que la suite (u_n) est convergente.
4. On note ℓ la limite de la suite (u_n). Déterminer la valeur de ℓ. **Théorème du point fixe**

Exercice 6 : Suite arithmético-géométrique

PROBABLE.

On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 12500$, pour tout entier naturel n.

1. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,98 dont on précisera le premier terme.
2. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
3. En déduire, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. Interpréter ce résultat dans le contexte du modèle.

Exercice 7 : Dénombrement ; Sommes de Variances ; Lois des grands nombres, inégalité de concentration

PROBABLE.

1. Dénombrement $k-$ uplets **Rappel :** groupement de k éléments dont l'ordre à de l'importance et $k-$ uplets distincts. **Arrangement**
2. Somme de variances (la linéarité de l'espérance et additivité de la variance.) par exemple $E\left(aX+b\right) = aE\left(X\right)+b$ ou encore $V\left(aX+b\right) = a^2V\left(X\right)$
3. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Exercice 8 : Probabilités et suites.

moins PROBABLE.

Un site internet propose des jeux en ligne.
Partie A :
Pour un premier jeu :
- si l'internaute gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est égale à $\frac{2}{5}$.
- si l'internaute perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est égale à $\frac{4}{5}$.

Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par G_n l'évènement " l'internaute gagne la n-ième partie " et on note p_n la probabilité de l'évènement G_n.
L'internaute gagne toujours la première partie et donc $p_1 = 1$.

1. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.
2. Montrer que, pour tout n entier naturel non nul, $p_{n+1} = \dfrac{1}{5}p_n + \dfrac{1}{5}$.
3. Pour tout n entier naturel non nul, on pose $u_n = p_n - \dfrac{1}{4}$.

   Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{5}$ et de premier terme u_1 à préciser.
4. Montrer que, pour tout n entier naturel non nul, $p_n = \dfrac{3}{4} \times \left(\dfrac{1}{5}\right)^{n-1} + \dfrac{1}{4}$.
5. Déterminer la limite de p_n.

Exercice 9 : Etude d'une fonction + continuité + convexité et lecture graphique

PROBABLE.

1. Dérivées de la forme e^u et $\ln u$
2. Limites et croissances comparées + asymptotes
3. Tableau de variation
4. Convexité et lien entre la position relative de la courbe représentative d'une fonction et de chacune de ses tangentes.
5. Théorème des valeurs intermédiaires
6. Algorithme en python

Les conseils @Jai20enmaths pour le jour J !

- Prendre 5 à 10 minutes pour lire l'énoncé complètement.
- Commencer par votre thème préféré ou par l'exercice qui vous semble le plus simple.
- Si vous bloquez sur une question, n'hésitez pas à sauter la question. Il faudra y revenir après.
- Continuez à essayer de résoudre les questions, même si vous n'avez pas réussi les précédentes. Souvent, la réponse est fournie dans les questions précédentes, ce qui peut vous aider à aborder les questions suivantes.
- Laissez vous 10 à 15 minutes pour la relecture.
- Rendez votre copie claire et lisible.