

Les ensembles de nombres



Jai20enMaths

I Les nombres réels

1 Les nombres entiers naturels

Définition 1.1

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ est l'ensemble des entiers naturels.
- Il s'agit des entiers positifs.

Exemple 1



On introduit le symbole $\in$ qui se lit **appartient à**

On introduit le symbole $\notin$ qui se lit **n'appartient pas à**

19 est un nombre entier naturel, on écrit $19 \in \mathbb{N}$

On a : $2 \in \mathbb{N}$; $5 \in \mathbb{N}$; $3 \in \mathbb{N}$ mais $-5 \notin \mathbb{N}$

2 Les nombres entiers relatifs

Définition 1.2

- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ est l'ensemble des entiers relatifs.
- Il est composé des nombres entiers naturels et de leurs opposés.

Exemple 2



On a : $3 \in \mathbb{Z}$; $0 \in \mathbb{Z}$; $-4 \in \mathbb{Z}$ mais $2, 1 \notin \mathbb{Z}$

3 Les nombres décimaux

Définition 1.3

- L'ensemble des nombres décimaux sont les nombres de la forme $\frac{a}{10^n}$, où a est un entier et n un entier naturel.
- Autrement dit, ce sont les nombres dont l'écriture décimale n'a qu'un nombre fini de chiffres après la virgule. L'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$.

Exemple 3

On a : $2, 1 \in \mathbb{D}$; $\frac{1}{2} = 0,5 \in \mathbb{D}$; $10,453 \in \mathbb{D}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$. En effet, $\frac{1}{3} = 0,333333333333\dots$ son écriture décimale est infinie (on ne peut pas compter les chiffres non nuls).

4 Les nombres rationnels

Définition 1.4

- On rappelle que $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres rationnels de la forme $\frac{a}{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier relatif non nul.

Exemple 4

$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$; $-5,19 = \frac{-519}{100} \in \mathbb{Q}$; $3 = \frac{3}{1} \in \mathbb{Q}$ mais $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

5 Les nombres irrationnels

Définition 1.5

- Un nombre irrationnel est un nombre réel qu'on ne peut pas écrire sous forme d'une fraction $\frac{a}{b}$, avec a et b des entiers relatifs et $b \neq 0$.
- Autrement dit, ce sont des nombres dont l'écriture décimale est infinie et non périodique (comme π ou $\sqrt{2}$).

6 Les nombres réels

Définition 1.6

- Un nombre réel est un nombre rationnel ou irrationnel.
- L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

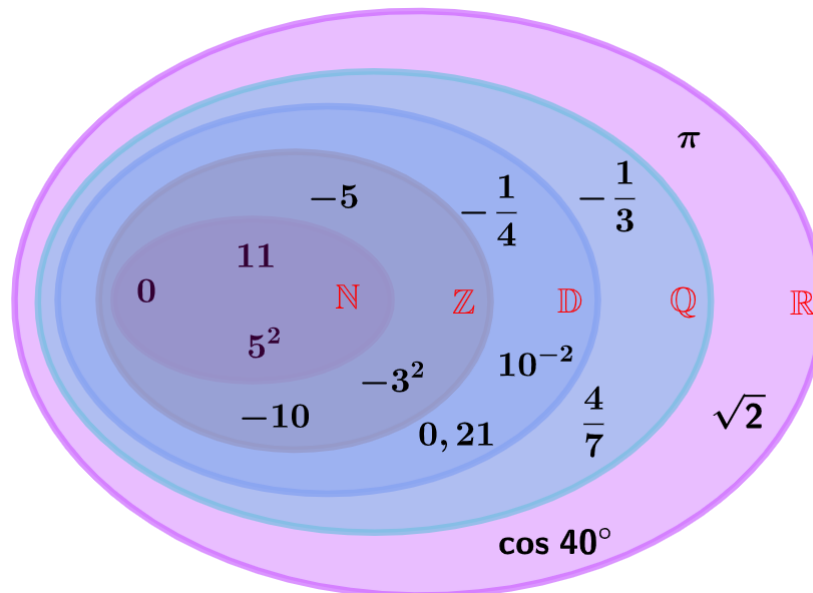


Classification des nombres

Définition 1.7

- Si un nombre appartient à $\mathbb{N}$, alors il appartient également à $\mathbb{Z}$.
- En effet : $2 \in \mathbb{N}$ donc $2 \in \mathbb{Z}$. On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
- Nous avons les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
-

Nous pouvons résumer cela à l'aide du schéma ci-dessous :



Exemple 5



Dans le tableau ci-dessous, on a précisé à quels ensembles appartient chaque nombre. Nous avons représenté cela en mettant une croix dans les cases des ensembles auxquels chaque nombre appartient.

	N	Z	<u>D</u>	Q	R
$\sqrt{3}$					×
2,125			×	×	×
-21		×	×	×	×
125	×	×	×	×	×
$\frac{1}{7}$				×	×
2π					×

Exercice 1



1 Une vidéo de cours sur les ensembles de nombres.

Solution vidéo ↓



Exercice 2



Solution vidéo ↓



	N	Z	D	Q	R
$\frac{10}{\sqrt{25}}$					
-7					
$\frac{\sqrt{5}}{3}$					
$\frac{2\pi}{3\pi}$					
$\sqrt{1,69}$					

1 Indiquer, dans chacun des cas, si le nombre appartient ou pas à chacun des ensembles proposés.