Raisonnement par récurrence

Exercice 1 — Exercice type numéro 1.

Solution vidéo ↓

Soit n un entier naturel.
On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 & = 1000 \\ u_{n+1} & = 1,2u_n - 100 \end{cases}$$

1 Pour tout entier naturel n, démontrer par récurrence, que : $u_n \geq 1000$.

Exercice 2 — Exercice type numéro 2.

Solution vidéo ↓

On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 & = 0 \\ u_{n+1} & = 5u_n - 8n + 6 \end{cases}$$

1 Pour tout entier naturel n, démontrer par récurrence, que : $u_n \geq 2n$

Exercice 3 — Exercice type numéro 3.

Solution vidéo ↓

On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 & = 0 \\ u_{n+1} & = 0,9u_n + 42 \end{cases}$$

1 Pour tout entier naturel n, démontrer par récurrence, que : $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$

Exercice 4 — Exercice type numéro 4.

Solution vidéo ↓

On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = 400 \\ u_{n+1} = 0,9u_n + 60 \end{cases}$$

1 Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 600$.

Exercice 5 — Exercice type numéro 5.

Solution vidéo ↓

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ par :

$f(x) = \dfrac{4x}{1+3x}$.

On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1 Montrer que f est croissante sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$.

2 Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $\frac{1}{2} \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$.

Exercice 6 — Exercice type numéro 6.

Solution vidéo ↓

Soit n un entier naturel.

On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{6+u_n} \end{cases}$$

1 Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, la suite (u_n) est majorée par 3.

Exercice 7 — Exercice type numéro 7.

Solution vidéo ↓

On considère la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 5 \end{cases}$$

1 Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant n^2$.