Loi des grands nombres
Sujets Type bac

Jai20enMaths

I Loi Binomiale - Bienaymé-Tchébychev- Inégalité de concentration

Exercice 1 — Type bac : Binomiale - Bienaymé-Tchébychev- Inégalité de concentration

Solution vidéo ↓

Au basket-ball, il est possible de marquer des paniers rapportant un point, deux points ou trois points.
Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

L'entraineur d'une équipe de basket décide d'étudier les statistiques de réussite des lancers de ses joueurs. Il constate qu'à l'entrainement, lorsque Victor tente un panier à trois points, il le réussit avec une probabilité de $0,32$.
Lors d'un entrainement, Victor effectue une série de 15 lancers à trois points. On suppose que ces lancers sont indépendants.
On note N la variable aléatoire qui donne le nombre de paniers marqués.
Les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième.

1. On admet que la variable aléatoire N suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor réussisse exactement 4 paniers lors de cette série.
3. Déterminer la probabilité que Victor réussisse au plus 6 paniers lors de cette série.
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire N.
5. On note T la variable aléatoire qui donne le nombre de points marqués après cette série de lancers. Exprimer T en fonction de N.
6. En déduire l'espérance de la variable aléatoire T. Donner une interprétation de cette valeur dans le contexte de l'exercice.
7. Calculer $P(12 \leqslant T \leqslant 18)$.

Partie B

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points marqués par Victor lors d'un match.
On admet que l'espérance $E(X) = 22$ et la variance $V(X) = 65$.
Victor joue n matchs, où n est un nombre entier strictement positif.
On note $X_1, X_2, \ldots, X_n$ les variables aléatoires donnant le nombre de points marqués au cours des 1^{er}, 2^{e}, $\ldots$, n-ième matchs.
On admet que les variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sont indépendantes et suivent la même loi que celle de X.
On pose $M_n = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}$.
On prend $n = 50$.

1. Que représente la variable aléatoire M_{50} ?
2. Déterminer l'espérance et la variance de M_{50}.
3. Démontrer que $P\left(|M_{50} - 22| \geqslant 3\right) \leqslant \dfrac{13}{90}$.
4. En déduire que la probabilité de l'évènement « $19 < M_{50} < 25$ » est strictement supérieure à $0,85$.
5. Indiquer, en justifiant, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse : «Il n'existe aucun entier naturel n tel que $P\left(|M_n - 22| \geqslant 3\right) < 0,01$».