Résolution d'équations



Jai20enMaths

Les équations du premier degré

- 1 Définition
 - **Définition 1.1** Une équation du premier degré à une inconnue est une équation : que l'on peut écrire sous la forme ax + b = 0, où a et b sont des nombres réels et b où a est différent de zéro.
 - Définition 1.2 Pour résoudre une équation, l'objectif est d'isoler l'inconnue, c'est-à-dire transformer l'équation jusqu'à obtenir une égalité de la forme :

x = nombre

Comment résoudre une équation du premier degré





Résoudre dans \mathbb{R} l'équation 3x - 4 = 7x - 9.

Corrigé :

3x - 4 = 7x - 9

La première étape de regrouper les termes en x d'un coté (à gauche) et les termes sans les x d'un coté (à droite). En d'autres termes, lorsqu'on déplace un terme d'un côté de l'égalité à l'autre, il prend le signe opposé. Par exemple, si on a 7x à droite, en le passant à gauche il devient -7x. si Si -4 est à gauche , en le passant à droite il devient +4. On a :

3x - 7x = -9 + 4. On réduit maintenant.

-4x = -5. On divise de part et d'autre du signe égal par le réel ici -4 .



$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-5}{-4}$$
$$x = \frac{-5}{-4}$$
$$x = \frac{5}{4}$$

L'équation a une solution : $\frac{5}{4}$. On note : $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$.

Exercice



Résoudre des équations : Episode 1

Solution vidéo ↓



Résoudre dans $\mathbb R$ les équations suivantes :

$$2x - 6 = 0$$

$$2 4x - 7 = 7x + 1$$

$$3 2(x+4) - 3 = 7x - 9$$

Les équations produit nul

Définition 1.3 Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des fac-

teurs est nul.

• Autrement dit, soient A et B deux réels. Alors :

 $A \times B = 0$ si et seulement si A = 0 ou B = 0

Exemple



Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (3x-6)(2x+7)=0.

Corrigé:

$$(3x - 6)(2x + 7) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut successivement à :

$$3x - 6 = 0$$
 ou $2x + 7 = 0$

$$3x = 6 \quad \text{ou} \quad 2x = -7$$

$$x = \frac{6}{2} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{7}{2}$$

$$x = 3$$
 ou $x = -\frac{7}{2}$

L'équation a deux solutions : 3 et $-\frac{7}{2}$. On note : $S = \left\{-\frac{7}{2}, 3\right\}$.

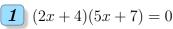


Exercice



Résoudre une équation produit nul

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :



$$(6x-1)(-x+3) = 0$$

Solution vidéo ↓



Équations: Factorisation, identités remar-

Dans certaines situations, il faudra commencer par factoriser : cela permettra de résoudre l'équation plus facilement (souvent grâce à la règle du produit nul).

Exemple



Résoudre dans $\mathbb R$ les équations suivantes :

1.
$$(4x-3)^2 - 9 = 0$$

2.
$$(12x+3)(2x-7)-(2x-7)^2=0$$

Corrigé:

1.

 $(4x-3)^2-9$. On reconnait l'identité remarquable

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(4x - 3)^2 - 3^2 = 0$$

$$(4x - 3 + 3)(4x - 3 - 3) = 0$$

$$4x(4x-6) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut successivement à :

$$4x = 0$$
 ou $4x - 6 = 0$

$$x = \frac{0}{4} \quad \text{ou} \quad 4x = 6$$

$$x = \frac{0}{4} \quad \text{ou} \quad 4x = 6$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{6}$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{2}{3}$$

$$x = 0$$
 ou $x = \frac{2}{3}$

L'équation a deux solutions : 0 et $\frac{2}{3}$. On note : $S = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$.

$$(12x+3)(2x-7) - (2x-7)^2 = 0$$

$$(12x+3)(2x-7) - (2x-7)(2x-7) = 0$$

$$(12x+3)(2x-7) - (2x-7)(2x-7) = 0$$

$$(2x-7)[(12x+3)-(2x-7)]=0$$
 $(2x-7)(10x+10)=0$ Si un produit de facteurs est



nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

L'équation équivaut successivement à :

$$2x - 7 = 0$$
 ou $10x + 10 = 0$

$$2x = 7$$
 ou $10x = -10$

$$x = \frac{7}{2}$$
 ou $x = -\frac{10}{10}$

$$x = \frac{7}{2} \quad \text{ou} \quad x = -1$$

L'équation a deux solutions : -1 et $\frac{7}{2}$. On note : $S = \left\{-1; \frac{7}{2}\right\}$.

Exercice



Résoudre des équations : Episode 2

Solution vidéo ↓



Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(2x-5) = 9x - 8$$

$$(7x-3)(8x+5) = 0$$

$$(4x+6)(2x-9) - (2x-9)(7x-3) = 0$$

$$4 25 - (7x - 6)^2 = 0$$

IV

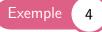
Équation quotient nul

Définition 1.4 Soient deux réels A et B. Alors :

$$\frac{A}{B} = 0 \iff A = 0 \text{ et } B \neq 0$$

Autrement dit : un quotient est nul si, et seulement si, son numérateur est nul et son dénominateur est non nul.

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées valeurs interdites.





Résoudre dans $\mathbb R$ l'équation suivante : $\frac{7x+3}{x-6}=0$

Corrigé:

La première étape à effectuer est de rechercher la ou les valeurs interdites.

Il faut que $x - 6 \neq 0$ d'où $x \neq 6$.

6 est alors la valeur interdite.

Pour tout réel $x \neq 6$, on a :

$$7x + 3 = 0$$

$$7x = -3$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

L'équation a une solution : $\frac{5}{4}$. On note : $S = \left\{ \frac{3}{7} \right\}$.

Exercice



Comment résoudre une équation quotient de la forme $\frac{ax+b}{cx+d}=0$

Solution vidéo ↓

- **1** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{3x-21}{x-4}=0$
- **2** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{(3x-1)(x+5)}{2x-12} = 0$



Exercice



Comment résoudre une équation quotient de la forme $\frac{ax+b}{cx+d}=k$

- **1** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{5x-1}{x+2}=3$
- **2** Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{x+3}{2x-6}+4=0$



