Fonction logarithme népérien

Exercice 1 — Les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien.

Solution vidéo ↓

Simplifier les expressions suivantes :

1. $A = \ln(2) + \ln(5)$.
2. $B = \ln(3) - \ln(7)$.
3. $C = 2\ln(3) + \frac{1}{2}\ln(5)$.
4. Ecrire en fonction de $\ln(2)$ le nombre suivant :

$$D = 2\ln(8) - 6\ln(\sqrt{2}) - \ln(16)$$

Exercice 2 — Déterminer le domaine de définition avec le logarithme népérien.

Solution vidéo ↓

1. Soit $f(x) = 2\ln(-4x + 12)$.
   Déterminer le domaine de définition de f.
2. Soit $g(x) = \ln(3x + 6) + \ln(-5x + 20)$.
   Déterminer le domaine de définition de g.

Exercice 3 — Résoudre une équation avec la fonction logarithme népérien partie 1.

Solution vidéo ↓

1. Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation $\ln x = 7$.
2. Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation $2\ln x - 6 = 0$.
3. Résoudre dans $]-\infty; +\infty[$ l'équation $e^{x+1} = 4$.
4. Résoudre dans $]-\infty; +\infty[$ l'équation $e^{x+1} = -7$.

Exercice 4 — Résoudre une équation avec la fonction logarithme népérien partie 2.

Solution vidéo ↓

1. Résoudre l'équation $\ln(2x+6)=0$.
2. Résoudre l'équation $\ln(2x-2)=\ln(x+2)$.
3. Résoudre l'équation $\ln(x-3)+\ln(2x+1)=2\ln(2)$.

Exercice 5 — Résoudre une équation avec la fonction logarithme népérien partie 3.

Solution vidéo ↓

1. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'équation $(\ln(x))^2-5\ln(x)+4=0$.

Exercice 6 — Résoudre une inéquation avec la fonction logarithme népérien.

Solution vidéo ↓

1. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'inéquation $\ln x \geqslant 4$.
2. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'inéquation $\ln x \leqslant -2$.
3. Résoudre dans $]0;+\infty[$ l'inéquation $2\ln x+10>0$.

Exercice 7 — Tout savoir sur les dérivées de la fonction logarithme népérien.

Solution vidéo ↓

1. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=2\ln x-4x+3$.
2. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=3x\ln x$.
3. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $\left]\frac{7}{3};+\infty\right[$ par : $f(x)=\ln(3x-7)-5x$.
4. Calculer la dérivée de la fonction f définie sur $]-\infty;+\infty[$ par : $f(x)=4\ln\left(x^2-3x+5\right)$.

Exercice 8 — Tout savoir sur les limites avec la fonction logarithme népérien .

Solution vidéo ↓

1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} 2\ln x + 4x - 5$.
2. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} -3\ln x + x^2 + 3x - 5$.
3. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2\ln x + 4}{\ln x - 5}$.
4. Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} (x^2 - 3x)\ln x$.

Exercice 9 — Résoudre les inéquations avec un exposant d'inconnue n.

Solution vidéo ↓

1. Soit n un entier naturel, résoudre l'inéquation $2^n \geq 3040$.
2. Soit n un entier naturel, résoudre l'inéquation $400 \times 0,9^n + 600 \leq 700$.

Exercice 10 — Étudier les variations de la fonction logarithme népérien partie 1.

Solution vidéo ↓

1. Étudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2x - 3\ln x$.

Exercice 11 — Étudier les variations de la fonction logarithme népérien partie 2.

Solution vidéo ↓

1. Étudier les variations de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 5x\ln x$.

Exercice 12 — Sujet type Bac - Fonction logarithme népérien et continuité

Solution vidéo ↓

1 Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2 + \ln(x)$. Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$. Que peut-on en déduire ?

2 Etudier les variations de g sur $]0;+\infty[$.

3 Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique sur $]0;+\infty[$. On note α cette solution. A l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

4 Déterminer le signe de g suivant les valeurs de x.

5 On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2 + (2 - \ln(x))^2$. On note f' la fonction dérivée de f sur $]0;+\infty[$. Exprimer, pour tout réel x de $]0;+\infty[$, $f'(x)$ en fonction de $g(x)$.

6 Etudier les variations de g sur $]0;+\infty[$.