

# Les limites de fonctions

Exercice 1

Limites usuelles en  $+\infty$  ou en  $-\infty$ .

Déterminer les limites suivantes :

1  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x =$

2  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 4x =$

3  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 =$

4  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 =$

5  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x + 4 =$

6  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 2x + 4 =$

7  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2)(4 - x) =$

8  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} =$

9  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x - 4} =$

Solution vidéo ↓



Exercice 2

Lever une forme indéterminée à l'aide de la factorisation

1 Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - 3x + 4$

2 Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^2 - 5x^3 + 2x - 1$

Solution vidéo ↓



Exercice 3

Lever une forme indéterminée à l'aide de la factorisation (quotient)

1 Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 4}{4x^2 + 1}$

2 Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^3 - 2x + 6}{x^2 - x + 2}$

Solution vidéo ↓



Exercice

4

Savoir si une fonction admet une asymptote horizontale

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 + 9}$

1 Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2 Que peut-on en déduire graphiquement ?

Solution vidéo ↓



Exercice

5

Savoir si une fonction admet une asymptote verticale.

Soit  $f$  une fonction définie sur  $]2; +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x - 2}$$

1 Calculer  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

2 Que peut-on en déduire graphiquement ?

Solution vidéo ↓



Exercice

6

Limites et fonctions composées. (exponentielle).

1 Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{2}{x+1}}$ .

2 Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2+3}$ .

Solution vidéo ↓



Exercice

7

Théorème des gendarmes.

Soit  $f$  une fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2 \cos(x)}{x} + 4$ .

1 Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

Solution vidéo ↓



Exercice

8

Théorème de comparaison.

Soit  $f$  une fonction définie sur  $] -\infty; +\infty[$  par  $f(x) = -3 \sin x + 2x$

1 Montrer que, pour tout réel  $x$ , on a :

$$-3 + 2x \leq f(x) \leq 3 + 2x$$

2 En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3 En déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

Solution vidéo ↓



Exercice

9

Tout savoir sur les limites avec la fonction exponentielle.

Déterminer les limites suivantes :

- 1 Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + 3x + 4$ .
- 2 Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2e^x + 5x^2 + 3$ .
- 3 Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x - 5x^2 - 3x - 2$ .
- 4 Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - 4x^2) e^x$ .
- 5 Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{1}{x-2}}$ .

Solution vidéo ↓



Exercice

10

Un exercice bilan avec une fonction rationnelle.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $D_f$  par  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ . L'intervalle  $D_f$  sera à déterminer à la première question de l'exercice.

- 1 Déterminer l'ensemble de définition  $D_f$ .
- 2 Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 3 Que peut-on en déduire graphiquement ?
- 4 Déterminer la fonction dérivée  $f'$ .
- 5 Soit  $g$  la fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par  $g(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$ .  
Démontrer que  $g'(x) = \frac{2x(x^3 - 3x - 3)}{(x^2 - 1)^2}$ .

Solution vidéo ↓



- 6 En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur son ensemble de définition.