



I Équation cartésienne d'une droite (Rappels)

1 Équation cartésienne d'une droite et vecteur directeur

Définition 1.1 On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.
L'écriture cartésienne d'une droite est de la forme $ax + by + c = 0$ où le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de cette droite avec $a \neq 0, b \neq 0$ et c réels.

Remarque :

Si A et B sont deux points distincts de la droite d , alors le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite d .

Exemple 1

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

Soit (d) une droite dont l'équation cartésienne est : $-6x + 7y + 4 = 0$.

Donner un vecteur directeur de (d) .

Corrigé :

L'équation cartésienne est : $-6x + 7y + 4 = 0$ où $a = -6$ et $b = 7$.

On note $\vec{u}$ un vecteur directeur de la droite (d) .

Ainsi : $\vec{u} \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \end{pmatrix}$

Exercice 1

Un vecteur directeur à partir de l'expression d'une équation cartésienne.

[Solution vidéo ↓](#)

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 1 On donne une équation cartésienne de la droite (d) sous la forme $3x - 2y - 1 = 0$. Donner un vecteur directeur de la droite (d) .
- 2 On donne une équation cartésienne de la droite (d) sous la forme $-x - 4y + 6 = 0$. Donner un vecteur directeur de la droite (d) .
- 3 On donne une équation cartésienne de la droite (d) sous la forme $-x + 2y + 3 = 0$. Est-ce que le vecteur $\vec{w}(4; 2)$ est un vecteur directeur de la droite (d) ?



2 Équation cartésienne à l'aide d'un vecteur directeur et d'un point

Exemple 2



On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

La droite (d_1) admet $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur et passe par le point $A(1; 4)$.

Déterminer l'écriture cartésienne de la droite (d_1) .

Corrigé :

$\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ étant un vecteur directeur de (d_1) , on en déduit que : $-b = 2$ et $a = 3$. D'où :

$$b = -2 \text{ et } a = 3$$

Ainsi , on a : $3x - 2y + c = 0$.

Or le point $A(1; 4)$ appartient à la droite (d_1) , donc les coordonnées du point $A(1; 4)$ vérifie $3x - 2y + c = 0$.

Il vient alors que :

$$3x_A - 2y_A + c = 0$$

$$3 \times 1 - 2 \times 4 + c = 0$$

$$3 - 8 + c = 0$$

$$-5 + c = 0$$

$$c = 5$$

Finalement, l'équation cartésienne de la droite (d_1) admettant $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ comme vecteur directeur et passant par le point $A(1; 4)$ est : $3x - 2y + 5 = 0$.

Exercice 2



Équation cartésienne d'une droite à l'aide d'un vecteur directeur et d'un point

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 1 Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point $A(1; 4)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Solution vidéo ↓



3 Obtenir une équation cartésienne à l'aide d'un vecteur directeur et de 2 points**Exemple 3**

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

On donne les coordonnées des points $A(1; 4)$ et $B(2; 7)$, déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

Corrigé :

Nous allons calculer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ qui sera un vecteur directeur de la droite (AB) .

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2-1 \\ 7-4 \end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ étant un vecteur directeur de (AB) , on en déduit que : $-b = 1$ et $a = 3$. D'où : $b = -1$ et $a = 3$.

Ainsi, on a : $3x - y + c = 0$.

Or le point $B(2; 7)$ appartient à la droite (AB) , donc les coordonnées du point $B(2; 7)$ vérifie $3x - y + c = 0$.

Il vient alors que :

$$3x_B - y_B + c = 0$$

$$3 \times 2 - 7 + c = 0$$

$$6 - 7 + c = 0$$

$$-1 + c = 0$$

$$c = 1$$

Finalement, l'équation cartésienne de la droite (AB) est : $3x - y + 1 = 0$.

Exercice 3

Déterminer l'équation cartésienne d'une droite à partir de deux points .

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

- 1** On considère deux points $A(2; 4)$ et $B(-1; 3)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .

Solution vidéo ↓

**4 Vecteurs colinéaires et déterminant**

Définition 1.2 Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

- Deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$ autrement dit si : $xy' - x'y = 0$.
- $\det(\vec{u}; \vec{v}) = xy' - x'y$ est appelé **déterminant**.

- On peut également écrire les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sous la forme $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Exemple

4

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

Les droites (d_1) et (d_2) ont respectivement comme équation cartésienne $5x + 3y + 1 = 0$ et $-2x - 5y - 5 = 0$.

Les droites (d_1) et (d_2) sont-elles parallèles ?

Corrigé :

Soit $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ un vecteur de la droite (d_1) .

Soit $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ un vecteur de la droite (d_2) .

Les vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ ne sont pas colinéaires car : $\det(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = (-3) \times (-2) - 5 \times 5 \neq 0$.

Les droites (d_1) et (d_2) ne sont donc pas parallèles.

II Équation cartésienne et vecteur normal

1

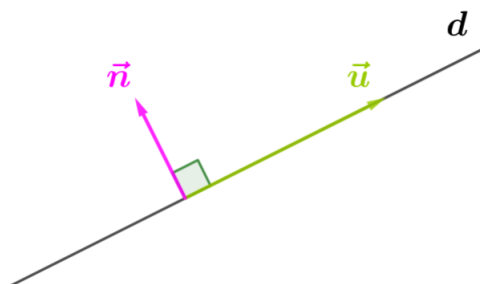
Vecteur normal

Définition 1.3 Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

- On considère $\vec{u}$ un vecteur directeur de la droite d . Un vecteur normal à la droite d est un vecteur non nul orthogonal au vecteur $\vec{u}$.
- Il en résulte donc : $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$

Définition 1.4 Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

- On considère 3 réels a, b et c tels que $a \neq 0, b \neq 0$.
- L'écriture cartésienne d'une droite est de la forme $ax + by + c = 0$ où le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de cette droite. On note $\vec{n}$ un vecteur normal de la droite (d) .



Exemple 5



On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

Soit (d) une droite dont l'équation cartésienne est : $-4x + 9y - 1 = 0$. Donner un vecteur normal à (d) .

Corrigé :

On note $\vec{n}$ un vecteur normal de la droite (d) .

Ainsi : $\vec{n} \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \end{pmatrix}$

Exercice 4



Vecteur normal à partir de l'expression d'une équation cartésienne.

Solution vidéo ↓

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

- 1** On donne une équation cartésienne de la droite (d) sous la forme $4x - y + 2 = 0$. Donner un vecteur normal de la droite (d) .



Exemple 6



On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

La droite (d_1) admet $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal et passe par le point $A(0; 1)$.
Donnez l'écriture cartésienne de la droite (d_1) .

Corrigé :

$\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ étant un vecteur normal de (d_1) , on en déduit que : $a = -2$ et $b = 3$.

Ainsi, on a : $-2x + 3y + c = 0$.

Or le point $A(0; 1)$ appartient à la droite (d_1) , donc les coordonnées du point $A(0; 1)$ vérifie $-2x + 3y + c = 0$.

Il vient alors que :

$$-2x_A + 3y_A + c = 0$$

$$-2 \times 0 + 3 \times 1 + c = 0$$

$$3 + c = 0$$

$$c = -3$$

Finalement, l'équation cartésienne de la droite (d_1) admettant $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal et passant par le point $A(0; 1)$ est : $-2x + 3y - 3 = 0$.

Exercice 5



Equation cartésienne d'1 droite à l'aide d'un vecteur normal et d'1 point.

Solution vidéo ↓

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ du plan.

- 1** Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par le point $A(1; 4)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.



2 Mise en situation classique pour les contrôles sur table

Exercice 6

Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice d'un segment.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.
On considère les points $A(6; -1)$, $B(3; 0)$ et $C(2; 4)$.

- 1 Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[BC]$.

Solution vidéo ↓



Exercice 7

Déterminer une équation cartésienne d'une hauteur d'un triangle.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.
On considère les points on considère les points $A(-5; 2)$, $B(-2; 4)$ et $C(4; 0)$.

- 1 Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de B du triangle ABC .

Solution vidéo ↓



Exercice 8

Déterminer une équation cartésienne d'une médiane d'un triangle.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.
On considère les points $A(0; 2)$, $B(4; 0)$ et $C(3; 4)$.

- 1 Déterminer une équation cartésienne de la médiane issue de C dans le triangle ABC .

Solution vidéo ↓



III Équation d'un cercle

1 Déterminer une équation d'un cercle

Définition 1.5 L'équation d'un cercle C de centre $\Omega(a; b)$ et de rayon r , dans un repère orthonormé est : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Exemple 7

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.
On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(-6; 2)$ et de rayon 3.
Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$.

Corrigé :

Nous appliquons directement la formule de l'équation d'un cercle. Ce qui nous donne :

$$(x - (-6))^2 + (y - 2)^2 = 3^2$$

$$\text{Ainsi : } (x + 6)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

Exercice

9



Déterminer une équation de cercle

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1 On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(-2; 3)$ et de rayon 4 .
Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$.

2 On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(6; 1)$ et passant par le point $B(5; 7)$. Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$.

Solution vidéo ↓



Exemple

8



On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. On considère l'ensemble Γ d'équation : $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 1 = 0$.
Démontrer que l'ensemble Γ est un cercle dont on déterminera les caractéristiques c'est à dire le centre et le rayon.

Corrigé :

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 1 = 0 \text{ équivaut successivement à :}$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 8y - 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2 - 1 = 0$$

$$(x - 3)^2 - 3^2 + (y + 4)^2 - 4^2 - 1 = 0$$

$$(x - 3)^2 - 9 + (y + 4)^2 - 16 - 1 = 0$$

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 - 27 = 0$$

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 27$$

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = \sqrt{27}$$

$$(x - 3)^2 + (y - (-4))^2 = \sqrt{27}$$

Le cercle C a donc comme rayon $r = \sqrt{27}$ et comme centre $\Omega(3; -4)$.

Exercice

10



Déterminer les caractéristiques d'un cercle (centre, rayon)

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. On considère l'ensemble Γ d'équation : $x^2 + y^2 + 2x - 10y - 7 = 0$.

1 Démontrer que l'ensemble Γ est un cercle dont on déterminera les caractéristiques c'est à dire le centre et le rayon.

Solution vidéo ↓

