Fiche de cours sur la réciproque du théorème de Pythagore

1 LA RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

a. Définition

Définition 1

- Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

  (Ici on vérifie que l'égalité de Pythagore fonctionne).

  Dans le cas où l'égalité de Pythagore n'est pas réalisée alors on pourra conclure que le triangle n'est pas rectangle.

  Important : Pour appliquer la réciproque de Pythagore, on raisonnera de la manière suivante :.

- En premier lieu, on précise toujours dans quel triangle on travail.
- Ensuite on identifie le plus grand côté du triangle, et on calcul son carré.
- Après on calcul le carré des deux autres côtés, et on les additionne.
- Et pour finir on conclut :

  Si les résultats sont égaux d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle est rectangle, dans le cas contraire, il ne l'est pas .

b. Exemple 1 :

Exemple : On considère un triangle DEF avec DE = 10 cm, DF = 8 cm et EF= 6 cm. Démontrer que le triangle DEF est rectangle en F.

Dans le cas de la réciproque du théorème de Pythagore, il n'est pas nécessaire d'effectuer un croquis.

1°) Dans un premier temps, on indique dans quel triangle on travail, et quel est le plus grand côté.

Dans le triangle DEF, le plus grand côté est DE=10 cm.

2°) On calcul le carré du plus grand côté.

$DE^2 = 10^2 = 100$

3°) On calcul le carré des 2 autres côtés, et on les additionne.

$DF^2 = 8^2 = 64.$

$EF^2 = 6^2 = 36.$

$DF^2 + EF^2 = 64 + 36 = 100$

4°) On conclut.

Ici on constate que $DE^2 = DF^2 + EF^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle DEF est rectangle en F.

C. Exemple 2 :

Exemple : On considère un triangle IJK avec IJ = 11 cm, JK = 5 cm et IK= 9 cm. Le triangle IJK est-il rectangle ?

Dans le cas de la réciproque du théorème de Pythagore, il n'est pas nécessaire d'effectuer un croquis.

1°) Dans un premier temps, on indique dans quel triangle on travail, et quel est le plus grand côté.

Dans le triangle IJK, le plus grand côté est IJ=11 cm.

2°) On calcul le carré du plus grand côté.

$IJ^2 = 11^2 = 121$

3°) On calcul le carré des 2 autres côtés, et on les additionne.

$JK^2 = 5^2 = 25.$

$IK^2 = 9^2 = 81.$

$JK^2 + IK^2 = 25 + 81 = 106$

4°) On conclut.

Ici on constate que $IJ^2 \neq JK^2 + IK^2$.

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle IJK n'est pas rectangle.

On pourrait également dire d'après la contraposée du théorème de pythagore le triangle IJK n'est pas rectangle.