Cours sur les puissances

1 Calculs sur les puissances

a. Définition

- Soit n un nombre entier non nul .
- Le nombre réel a, à la puissance n est définie par : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$
- On admet que $a^0 = 1$

2 Règles de calculs

a. Première formule

Propriété

- Soient n et m deux entiers relatifs et a un réel alors : $a^n \times a^m = a^{n+m}$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $A = 7^2 \times 7^3$

$A = 7^2 \times 7^3$

$A = 7^{2+3}$

Ainsi : $A = 7^5$

b. Deuxième formule

Propriété

- Soient n et m deux entiers relatifs et a un réel alors : $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $B = \dfrac{5^8}{5^2}$

$B = \dfrac{5^8}{5^2}$

$B = 5^{8-2}$

Ainsi : $B = 5^6$

c. Troisième formule

Propriété

- Soient n et m deux entiers relatifs et a un réel alors : $(a^n)^m = a^{n\times m}$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $C = \left(6^{-3}\right)^4$

$C = \left(6^{-3}\right)^4$

$C = 6^{(-3)\times 4}$

Ainsi : $C = 6^{-12}$

d. Quatrième formule

Propriété

- Soient n un entier relatif et a et b deux réels non nuls alors :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $D = 4^2 \times 5^2$

$D = 4^2 \times 5^2$

$D = (4 \times 5)^2$

Ainsi : $D = 20^2$

d. Cinquième formule

Propriété

- Soient n un entier relatif et a un réel non nul alors : $\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $E = \dfrac{1}{4^6}$

$E = \dfrac{1}{4^6}$

Ainsi : $E = 4^{-6}$

3 Un calcul qui résume tout

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $F = \dfrac{2^3 \times \left(2^4\right)^5}{2^4 \times 2^{-7}}$

$F = \dfrac{2^3 \times \left(2^4\right)^5}{2^4 \times 2^{-7}}$ équivaut successivement à :

$F = \dfrac{2^3 \times 2^{4\times 5}}{2^4 \times 2^{-7}}$

$F = \dfrac{2^3 \times 2^{20}}{2^4 \times 2^{-7}}$

$F = \dfrac{2^{3+20}}{2^{4+(-7)}}$

$F = \dfrac{2^{3+20}}{2^{4-7}}$

$F = \dfrac{2^{23}}{2^{-3}}$

$F = 2^{23-(-3)}$

$F = 2^{23+3}$

Ainsi : $F = 2^{26}$