

Cours sur les racines carrées

① Calculs sur les racines carrées

a. Définition

- La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est a . On la note \sqrt{a} .

Exemple :

- $4^2 = 16$ et donc $\sqrt{16} = 4$

Remarque : Il en résulte donc que $\sqrt{-3}$ est une écriture incorrecte. En effet, il n'existe pas de nombre réel ayant pour carré -3 .

② Règles de calculs

a. Propriétés sur les racines carrées

Propriétés

- Soit a un réel positif alors $\sqrt{a^2} = a$ ou encore $(\sqrt{a})^2 = a$
- Soit a un réel négatif alors $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$

Exemples :

- $\sqrt{8^2} = 8$

- $(\sqrt{7})^2 = 7$

- $\left(\sqrt{\frac{5}{11}}\right)^2 = \frac{5}{11}$

- $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}$

- $\sqrt{(-6)^2} \neq -6$ en effet : $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$

b. Les racines de carrés parfaits

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{100} = 10$$

c. Racine carrée d'un produit

Définition

- Soient a et b deux réels positifs alors :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Exemples :

- $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$
- $\sqrt{22} = \sqrt{2 \times 11} = \sqrt{2} \times \sqrt{11}$

d. Racine carrée d'un quotient

Définition

- Soient a et b deux réels positifs avec $b \neq 0$ alors :

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemples :

- $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$

③ Calculs sur les racines carrées

- a. Ecrire une somme sous la forme $a\sqrt{b}$

- Il faut factoriser l'expression à l'aide du facteur commun \sqrt{b} .

Exemple : Simplifier l'expression $A = 3\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 11\sqrt{5}$

$A = 3\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 11\sqrt{5}$. Nous allons factoriser par $\sqrt{5}$.

$$A = (3 - 8 + 11) \times \sqrt{5}$$

$$A = 6\sqrt{5}$$

- b. Ecrire un nombre sous la forme $a\sqrt{b}$ en utilisant les carrés parfaits

Méthode

- Il faut faire apparaître un carré parfait dans l'expression se trouvant sous la racine carrée.

Exemple : $B = \sqrt{48}$

$B = \sqrt{16 \times 3}$. Nous avons fait apparaître un carré parfait, ici en l'occurrence 16.

$B = \sqrt{16} \times \sqrt{3}$. On a appliqué la formule $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

$B = 4 \times \sqrt{3}$. On a simplifié la racine du carré parfait.

Finalement :

$$B = 4\sqrt{3}$$