

Cours sur les puissances

1 Calculs sur les puissances

a. Définition

- Soit n un nombre entier non nul .
- Le nombre réel a , à la puissance n est définie par : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$
- On admet que
 $a^0 = 1$

2 Règles de calculs

a. Première formule

Propriété

- Soient n et m deux entiers relatifs et a un réel alors :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $A = 7^2 \times 7^3$

$$A = 7^2 \times 7^3$$

$$A = 7^{2+3}$$

Ainsi :

$$A = 7^5$$

b. Deuxième formule

Propriété

- Soient n et m deux entiers relatifs et a un réel alors :

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $B = \frac{5^8}{5^2}$

$$B = \frac{5^8}{5^2}$$

$$B = 5^{8-2}$$

Ainsi :

$$B = 5^6$$

c. Troisième formule

Propriété

- Soient n et m deux entiers relatifs et a un réel alors :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $C = (6^{-3})^4$

$$C = (6^{-3})^4$$

$$C = 6^{(-3) \times 4}$$

Ainsi :

$$C = 6^{-12}$$

d. Quatrième formule

Propriété

- Soient n un entier relatif et a et b deux réels non nuls alors :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $D = 4^2 \times 5^2$

$$D = 4^2 \times 5^2$$

$$D = (4 \times 5)^2$$

Ainsi :

$$D = 20^2$$

d. Cinquième formule

Propriété

- Soient n un entier relatif et a un réel non nul alors :

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $E = \frac{1}{4^6}$

$$E = \frac{1}{4^6}$$

Ainsi :

$$E = 4^{-6}$$

③ Un calcul qui résume tout

Exemple : Exprimer sous la forme d'une seule puissance : $F = \frac{2^3 \times (2^4)^5}{2^4 \times 2^{-7}}$

$$F = \frac{2^3 \times (2^4)^5}{2^4 \times 2^{-7}} \text{ équivaut successivement à :}$$

$$F = \frac{2^3 \times 2^{4 \times 5}}{2^4 \times 2^{-7}}$$

$$F = \frac{2^3 \times 2^{20}}{2^4 \times 2^{-7}}$$

$$F = \frac{2^{3+20}}{2^{4+(-7)}}$$

$$F = \frac{2^{3+20}}{2^{4-7}}$$

$$F = \frac{2^{23}}{2^{-3}}$$

$$F = 2^{23-(-3)}$$

$$F = 2^{23+3}$$

Ainsi :

$$F = 2^{26}$$