

## Cours sur les puissances

### 1 Calculs sur les puissances

#### a. Définition

- Soit  $n$  un nombre entier non nul .
- Le nombre réel  $a$ , à la puissance  $n$  est définie par :  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$
- On admet que  
 $a^0 = 1$

### 2 Règles de calculs

#### a. Première formule

##### Propriété

- Soient  $n$  et  $m$  deux entiers relatifs et  $a$  un réel alors :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

**Exemple :** Exprimer sous la forme d'une seule puissance :  $A = 7^2 \times 7^3$

$$A = 7^2 \times 7^3$$

$$A = 7^{2+3}$$

Ainsi :

$$A = 7^5$$

b. Deuxième formule

**Propriété**

- Soient  $n$  et  $m$  deux entiers relatifs et  $a$  un réel alors :

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

**Exemple :** Exprimer sous la forme d'une seule puissance :  $B = \frac{5^8}{5^2}$

$$B = \frac{5^8}{5^2}$$

$$B = 5^{8-2}$$

Ainsi :

$$B = 5^6$$

c. Troisième formule

**Propriété**

- Soient  $n$  et  $m$  deux entiers relatifs et  $a$  un réel alors :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

**Exemple :** Exprimer sous la forme d'une seule puissance :  $C = (6^{-3})^4$

$$C = (6^{-3})^4$$

$$C = 6^{(-3) \times 4}$$

Ainsi :

$$C = 6^{-12}$$

d. Quatrième formule

**Propriété**

- Soient  $n$  un entier relatif et  $a$  et  $b$  deux réels non nuls alors :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

**Exemple :** Exprimer sous la forme d'une seule puissance :  $D = 4^2 \times 5^2$

$$D = 4^2 \times 5^2$$

$$D = (4 \times 5)^2$$

Ainsi :

$$D = 20^2$$

d. Cinquième formule

**Propriété**

- Soient  $n$  un entier relatif et  $a$  un réel non nul alors :

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

**Exemple :** Exprimer sous la forme d'une seule puissance :  $E = \frac{1}{4^6}$

$$E = \frac{1}{4^6}$$

Ainsi :

$$E = 4^{-6}$$

### ③ Un calcul qui résume tout

**Exemple :** Exprimer sous la forme d'une seule puissance :  $F = \frac{2^3 \times (2^4)^5}{2^4 \times 2^{-7}}$

$$F = \frac{2^3 \times (2^4)^5}{2^4 \times 2^{-7}} \text{ équivaut successivement à :}$$

$$F = \frac{2^3 \times 2^{4 \times 5}}{2^4 \times 2^{-7}}$$

$$F = \frac{2^3 \times 2^{20}}{2^4 \times 2^{-7}}$$

$$F = \frac{2^{3+20}}{2^{4+(-7)}}$$

$$F = \frac{2^{3+20}}{2^{4-7}}$$

$$F = \frac{2^{23}}{2^{-3}}$$

$$F = 2^{23-(-3)}$$

$$F = 2^{23+3}$$

Ainsi :

$$F = 2^{26}$$