

Cours sur les développements

1 Développement

a. Définition

- Développer un produit, c'est écrire ce produit sous la forme d'une somme.

2 Propriétés

a. Distributivité de la multiplication sur l'addition

Propriété

Pour tous réels a , b et k , on a :

- $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ que l'on peut aussi écrire $k(a + b) = ka + kb$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $A(x) = 3(5 + 2x)$

$$A(x) = 3(5 + 2x)$$

$$A(x) = 3 \times 5 + 3 \times 2x$$

Ainsi :

$$A(x) = 15 + 6x$$

b. Double distributivité

Propriété

Pour tous réels a, b, c et d , on a :

- $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ que l'on peut aussi écrire $k(a + b) = ka + kb$

- $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ que l'on peut aussi écrire

$$(a + b)(c + d) = ab + ac + bc + bd$$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $B(x) = (2x + 3)(4x + 5)$

$$B(x) = (2x + 3)(4x + 5)$$

$$B(x) = 2x \times 4x + 2x \times 5 + 3 \times 4x + 3 \times 5$$

$$B(x) = 8x^2 + 10x + 12x + 15$$

Ainsi :

$$B(x) = 8x^2 + 22x + 15$$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $C(x) = (3x - 4)(2x + 1)$

$$C(x) = 3x \times 2x + 3x \times 1 + (-4) \times 2x + (-4) \times 1$$

$$C(x) = 6x^2 + 3x - 8x - 4$$

$$C(x) = 6x^2 - 5x - 4$$

Ainsi :

$$C(x) = 6x^2 - 5x - 4$$

③ Les identités remarquables

a. Développer à l'aide de l'identité remarquable $(a + b)^2$

Définition

- Pour tous réels a et b , on a : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $D(x) = (3x + 4)^2$

Ici nous avons $a = 3x$ et $b = 4$.

$D(x) = (3x + 4)^2$ équivaut successivement à :

$$D(x) = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2$$

Ainsi :

$$D(x) = 9x^2 + 24x + 16$$

b. Développer à l'aide de l'identité remarquable $(a - b)^2$

Définition

- Pour tous réels a et b , on a : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $E(x) = (x - 5)^2$

Ici nous avons $a = x$ et $b = 5$.

$E(x) = (x - 5)^2$ équivaut successivement à :

$$E(x) = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$$

Ainsi :

$$E(x) = x^2 - 10x + 25$$

- c. Développer à l'aide de l'identité remarquable $(a - b)(a + b)$

Définition

- Pour tous réels a et b , on a : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $F(x) = (5x - 2)(5x + 2)$

Ici nous avons $a = 5x$ et $b = 2$.

$$F(x) = (5x - 2)(5x + 2)$$

$$F(x) = (5x)^2 - (2)^2$$

Ainsi :

$$F(x) = 25x^2 - 4$$