Cours sur les développements

1 Développement

a. Définition

- Développer un produit, c'est écrire ce produit sous la forme d'une somme.

2 Propriétés

a. Distributivité de la multiplication sur l'addition

Propriété

Pour tous réels a, b et k, on a :

- $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ que l'on peut aussi écrire $k(a + b) = ka + kb$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $A(x) = 3(5 + 2x)$

$A(x) = 3(5 + 2x)$

$A(x) = 3 \times 5 + 3 \times 2x$

Ainsi : $A(x) = 15 + 6x$

b. Double distributivité

Propriété

Pour tous réels a, b , c et d, on a :

- $(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$ que l'on peut aussi écrire

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $B(x) = (2x+3)(4x+5)$

$B(x) = (2x+3)(4x+5)$

$B(x) = 2x \times 4x + 2x \times 5 + 3 \times 4x + 3 \times 5$

$B(x) = 8x^2 + 10x + 12x + 15$

Ainsi : $B(x) = 8x^2 + 22x + 15$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $C(x) = (3x-4)(2x+1)$

$C(x) = 3x \times 2x + 3x \times 1 + (-4) \times 2x + (-4) \times 1$

$C(x) = 6x^2 + 3x - 8x - 4$

$C(x) = 6x^2 - 5x - 4$

Ainsi : $C(x) = 6x^2 - 5x - 4$

3 Les identités remarquables

a. Développer à l'aide de l'identité remarquable $(a+b)^2$

Définition

- Pour tous réels a et b, on a : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $D(x) = (3x+4)^2$

Ici nous avons $a = 3x$ et $b = 4$.

$D(x) = (3x+4)^2$ équivaut successivement à :

$D(x) = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2$

Ainsi : $D(x) = 9x^2 + 24x + 16$

b. Développer à l'aide de l'identité remarquable $(a-b)^2$

Définition

- Pour tous réels a et b, on a : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $E(x) = (x-5)^2$

Ici nous avons $a = x$ et $b = 5$.

$E(x) = (x-5)^2$ équivaut successivement à :

$E(x) = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$

Ainsi : $E(x) = x^2 - 10x + 25$

c. Développer à l'aide de l'identité remarquable $(a-b)(a+b)$

Définition

- Pour tous réels a et b, on a : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Exemple : Développer puis réduire l'expression $F(x) = (5x-2)(5x+2)$

Ici nous avons $a = 5x$ et $b = 2$.

$F(x) = (5x - 2)(5x + 2)$

$F(x) = (5x)^2 - (2)^2$

Ainsi : $F(x) = 25x^2 - 4$