Ce qu'il faut savoir sur les ensembles de nombres

1 Les ensembles de nombres

a. Les nombres entiers naturels

Définition 1 :

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ est l'ensemble des entiers naturels. Il s'agit des entiers positifs.

Exemples : $23 \in \mathbb{N}$; $-3 \notin \mathbb{N}$; $\dfrac{10}{2} = 5 \in \mathbb{N}$; $\dfrac{13}{2} = 6,5 \notin \mathbb{N}$

b. Les nombres entiers relatifs

Définition 2 :

- $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ est l'ensemble des entiers relatifs. Il est composé des nombres entiers naturels et de leurs opposés.

Exemples : $15 \in \mathbb{Z}$; $-6 \in \mathbb{Z}$; $-\dfrac{30}{6} = -5 \in \mathbb{Z}$; $\dfrac{7}{2} = 3,5 \notin \mathbb{Z}$

Définition 3 :

- L'ensemble $\mathbb{N}$ est contenu (ou inclus) dans $\mathbb{Z}$, ce que l'on note « $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ »

c. Les nombres décimaux

Définition 4 :

- Les nombres décimaux sont les nombres de la forme $\frac{a}{10^n}$, où a est un entier et n un entier naturel.
- Autrement dit, ce sont les nombres dont l'écriture décimale n'a qu'un nombre **fini** de chiffres après la virgule. L'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$.

Exemples : $4 \in \mathbb{D}$; $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ car $\frac{1}{3} \approx 0,333333333.....$; $\frac{9}{4} = 2,25 \in \mathbb{D}$; $\frac{13}{2} = 6,5 \in \mathbb{D}$

Définition 5 :

- Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ sont contenus (ou inclus) dans $\mathbb{D}$, ce que l'on note « $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ »

d. Les nombres rationnels

Définition 6 :

- On rappelle que $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres rationnels de la forme $\frac{a}{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier relatif non nul.

Exemples :

- $\frac{-7}{3}$ est de la forme $\frac{a}{b}$ où $a = -7$ est un entier relatif et $b = 3$ est un entier relatif non nul, ainsi : $\frac{-7}{3} \in \mathbb{Q}$
- $3,1 = \frac{31}{10}$ est de la forme $\frac{a}{b}$ où $a = 31$ est un entier relatif et $b = 10$ est un entier relatif non nul, ainsi : $3,1 = \frac{31}{10} \in \mathbb{Q}$
- $\frac{\sqrt{2}}{3} \notin \mathbb{Q}$ car $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel (résultat admis) : si $\frac{\sqrt{2}}{3}$ était rationnel, alors $\sqrt{2} = 3 \times \frac{\sqrt{2}}{3}$ le serait aussi.

Définition 7 :

- Les ensembles $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{D}$ sont contenus (ou inclus) dans $\mathbb{Q}$, ce que l'on note « $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ »

e. Les nombres réels

Définition 8 :

- Tous les nombres que nous verrons en seconde appartiennent à l'ensemble des nombres réels noté $\mathbb{R}$.

Exemples :

- Par exemple, les nombres 4 ; $\frac{1}{2}$; $\sqrt{3}$ et π appartiennent à l'ensemble des réels.

Définition 9 :

- Les ensembles $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$ sont contenus (ou inclus) dans $\mathbb{R}$, ce que l'on note « $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ »

e. BILAN

Ce qu'il faut retenir :

